

高圧高温空気の輸送的特性値 II

(プラントル数について)

割 沢 善 次 郎 安 達 正 雄

Transport Properties of Air at High Temperatures and Pressures (II) (On Prandtl Number)

by

Zenjiro WARISAWA and Masao ADACHI

The Prandtl number is customary to take as an acceptable average for all gases and vapors.

By the previous report on the transport properties of air at high temperatures and pressures, the Prandtl numbers of air are calculated at temperatures ranging from 0° to 400°C and pressures up to 200 atmospheres. These calculated values are listed in Table 4; and it can be seen from Fig. 2 and Fig. 3, that the variation is 5.7~19.5% and 3.0~11.8% respectively on the temperature and the pressure change.

1. ま え が き

気体のプラントル数は熱流に関する特性値のみの無次元項として気体運動論からも求められ、圧力および温度によってあまり変化しないものであるといわれている。前報では高圧高温空気の輸送的特性値として、密度、比熱、粘度および熱伝導度について報告した¹⁾。これらの最も実測値に近いと考えられる値を用いて、空気のプラントル数を計算し、圧力と温度による変化を調べてみた。

2. プラントル数の因子

比熱 C_p については、前報第2表に谷下線図²⁾より求めた値を表示したが、ここではつぎに示す谷下式²⁾から計算した結果を第1表に示す。この式と線図とによる値は、線図の読みの誤差のためかわずかであるが差異を生じた。

$$C_p = C_{p0} + \frac{3.26493 \times 10^{-7}}{\left(\frac{T}{100}\right)^{2.64}} P - \frac{2.48338 \times 10^{-13}}{\left(\frac{T}{100}\right)^{3.49}} P^2 + \frac{4.29168 \times 10^{-20}}{\left(\frac{T}{100}\right)^{3.92}} P^3 - \frac{2.07833 \times 10^{-27}}{\left(\frac{T}{100}\right)^{4.17}} P^4 \quad (1)$$

$$C_{p0} = 0.22076 + 0.0025432 \left(\frac{T}{100}\right) + 0.00027158 \left(\frac{T}{100}\right)^2 + 0.022441 \left(\frac{100}{T}\right) \quad (2)$$

ここで C_p : 定圧比熱 [kcal/kg °K], C_{p0} : 0 気圧における定圧比熱 [kcal/kg °K], P : 圧力 [Kg/m²], T : 絶対温度 [°K]。

第 1 表 空気の比熱 C_p [kcal/kg $^{\circ}$ K] 谷下式による

atm °C	1	25	50	75	100	125	150	175	200
0	0.2382	0.2439	0.2498	0.2558	0.2617	0.2677	0.2736	0.2796	0.2855
50	0.2389	0.2426	0.2464	0.2502	0.2540	0.2578	0.2616	0.2654	0.2692
100	0.2401	0.2427	0.2453	0.2479	0.2505	0.2531	0.2557	0.2583	0.2609
150	0.2418	0.2436	0.2454	0.2473	0.2492	0.2510	0.2529	0.2548	0.2567
200	0.2437	0.2450	0.2464	0.2478	0.2492	0.2506	0.2520	0.2534	0.2548
250	0.2458	0.2469	0.2479	0.2490	0.2501	0.2511	0.2522	0.2533	0.2543
300	0.2482	0.2490	0.2499	0.2507	0.2515	0.2524	0.2532	0.2541	0.2549
350	0.2508	0.2514	0.2521	0.2528	0.2534	0.2541	0.2548	0.2555	0.2561
400	0.2535	0.2541	0.2546	0.2552	0.2557	0.2563	0.2568	0.2574	0.2579

粘度については、岩崎の実測値³⁾の各圧力における 50, 100 $^{\circ}$ C の値をもとにし、粘度の温度変化は Sutherland の式に従うものとして次式より定数 B, C を求めた。ただし 75atm の場合の 200 $^{\circ}$ C 以上の計算値は、200, 250 $^{\circ}$ C の曲線上の粘度から B, C を求めたものである。

$$\mu=B\sqrt{T}/(1+\frac{C}{T})$$

(3)

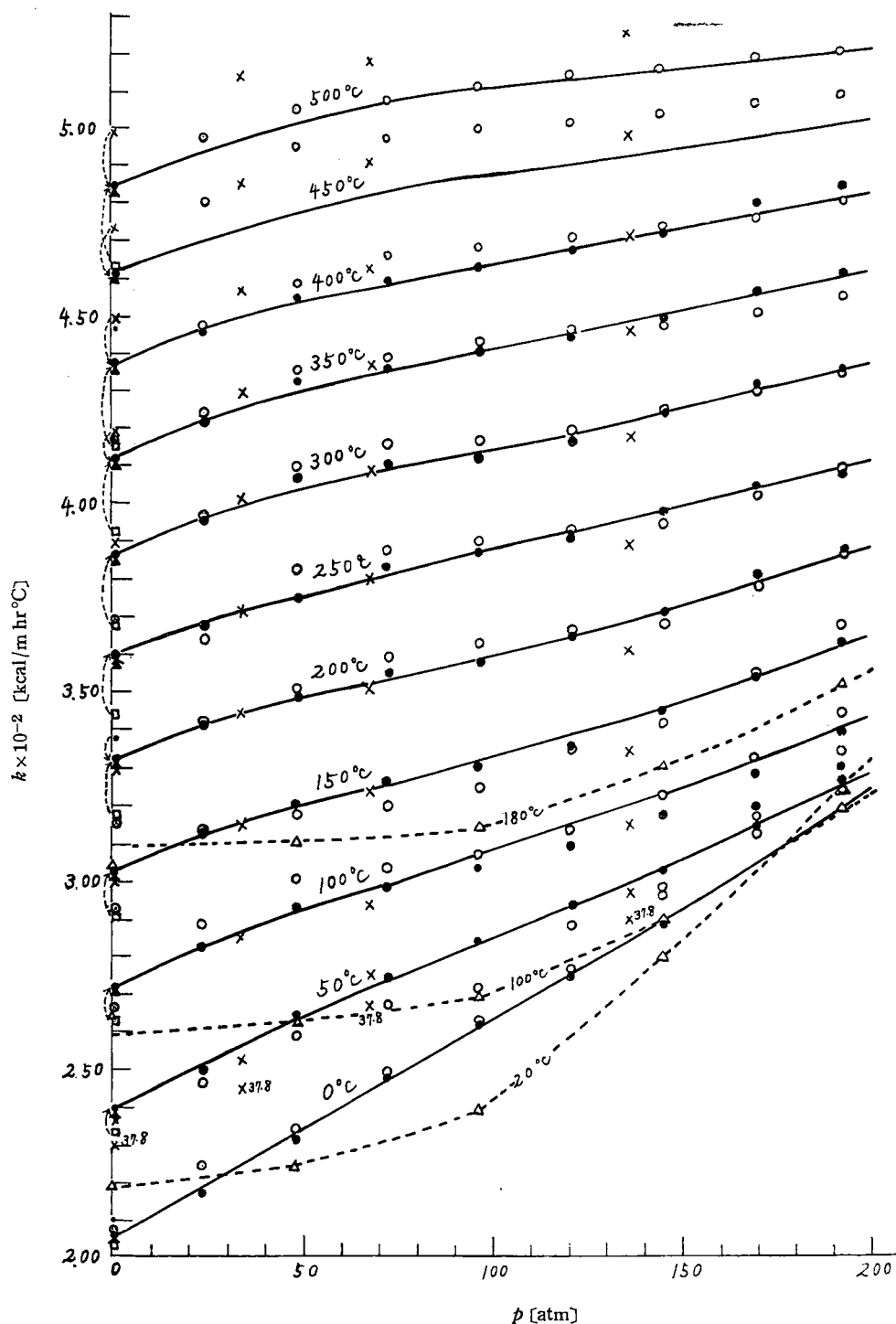
ここで μ : 粘度 [poise], T : 絶対温度 [$^{\circ}$ K], B, C : Sutherland 定数。

第 2 表は粘度を [kg/m hr] 単位で示したものである。

第 2 表 空 気 の 粘 度 $\mu\times 10^{-1}$ [kg/m hr]

atm °C	1	25	50	75	100	125	150	175	200
0	0.6235	0.6376	0.6620	0.6880	0.7070	0.7330	0.7628	0.8042	0.8453
50	0.7103	0.7200	0.7355	0.7538	0.7711	0.7920	0.8194	0.8485	0.8773
100	0.7902	0.7956	0.8050	0.8129	0.8312	0.8460	0.8676	0.8906	0.9133
150	0.8604	0.8640	0.8683	0.8705	0.8852	0.8964	0.9137	0.9320	0.9504
200	0.9281	0.9284	0.9198	0.9216	0.9310	0.9432	0.9580	0.9713	0.9846
250	0.9929	0.9896	0.9745	0.9716	0.9785	0.9886	1.0015	1.0109	1.0202
300	1.0548	1.0476	1.0253	1.0192	1.0242	1.0314	1.0429	1.0490	1.0548
350	1.1128	1.1038	1.0753	1.0645	1.0678	1.0732	1.0829	1.0850	1.0872
400	1.1696	1.1563	1.1218	1.1077	1.1099	1.1142	1.1221	1.1225	1.1225

つぎに熱伝導度 k については、Enskog の熱伝導式をもとにして Comings 等によって補正作成された $k/k_1=f(p_r, T_r)$ 線図⁴⁾を利用し、1 atm における任意温度の熱伝導度⁵⁾ k_1 を用いて計算した。前報にも述べたように、この方法は線図の読みの誤差ばかりでなく外挿による不正確も含まれる。そこでプラントル数の線図から逆算して、最も妥当と思われるよう、前報の第 4 表および第 5 図を修正した。この修正値によったものが第 1 図および第 3 表である。



- Comings 等の線図による (k_1 : 伝熱工学⁵⁾より) △ Stolyarov の実測値 (E.V.Franck による)
 ○ Gamson 線図による (k_1 : 伝熱工学⁵⁾より) ⊙ 芝: 物理常数表, 機械工学便覧
 × Gamson 線図による Granet & Kass の値 □ 葛岡: 化学工学実験法, 谷下: 熱工学ハンドブック
 ▲ N. B. S. 7) ($t-3$)°C の値 • Chapman の計算値

第 1 図 空氣の熱伝導度 ($k-p-t$ 線図)

第 3 表 空 気 の 熱 伝 導 度 $k \times 10^{-2}$ [kcal/m hr °C]

atm °C	1	25	50	75	100	125	150	175	200
0	2.07	2.193	2.346	2.497	2.630	2.778	2.922	3.088	3.250
50	2.41	2.519	2.640	2.748	2.854	2.957	3.070	3.181	3.296
100	2.72	2.828	2.931	2.999	3.093	3.168	3.256	3.352	3.445
150	3.03	3.192	3.210	3.266	3.345	3.411	3.485	3.571	3.661
200	3.32	3.417	3.480	3.541	3.595	3.662	3.741	3.818	3.891
250	3.59	3.692	3.753	3.821	3.882	3.938	4.001	4.064	4.129
300	3.86	3.968	4.036	4.101	4.150	4.200	4.265	4.323	4.380
350	4.12	4.222	4.294	4.362	4.416	4.463	4.518	4.572	4.627
400	4.37	4.473	4.535	4.590	4.639	4.690	4.743	4.787	4.835

3. プラントル数 $Pr = C_p \mu / k$ [-]

気体のプラントル数は最も簡単な気体論によれば

$$Pr = C_p \mu / k = r \tag{4}$$

ここで $r : C_p / C_v$, C_p : 定圧比熱, C_v : 定容比熱

もちろん, これは完全ガス以外には適用できないものである。

また, Eucken は半理論的に⁶⁾

$$C_p \mu / k = 4 / (9 - 5 / r) \tag{5}$$

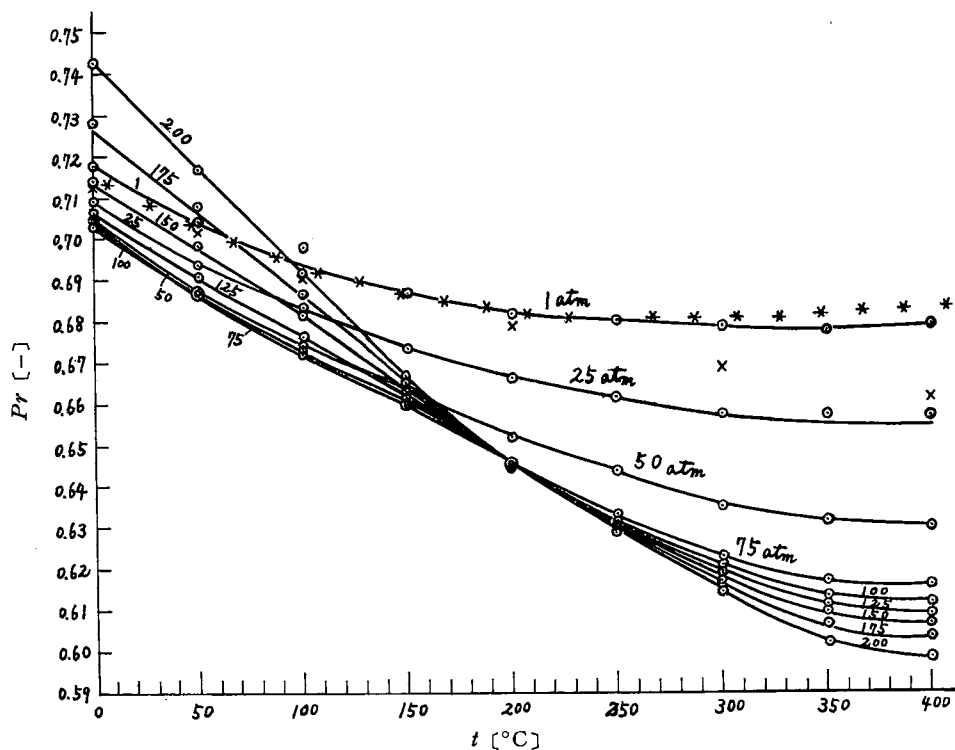
なる修正式を導いているが, 無極性分子ではやや大きく, 有極性分子では数%小さく出るようである。この式は常圧附近のプラントル数を与えるもので, 高圧高温になるとかなり違ってくる。

空気のプラントル数の値は, N. B. S.⁷⁾ には圧力 1 atm, 温度 100~1,000°K の範囲で表示されており, また Eckert⁸⁾ により圧力 14.22 lb/in² (1 Kg/cm²), 温度 328~2912°F (-200~1,600°C) の範囲で表示されているが, 常圧以外のプラントル数はあまり見かけないようである。

著者らは前述の方法によって求めた C_p , μ および k の値を用いて, 圧力 1~200 atm, 温度 0~400°C の範囲で空気のプラントル数を計算した。その数値を第 4 表に示す。

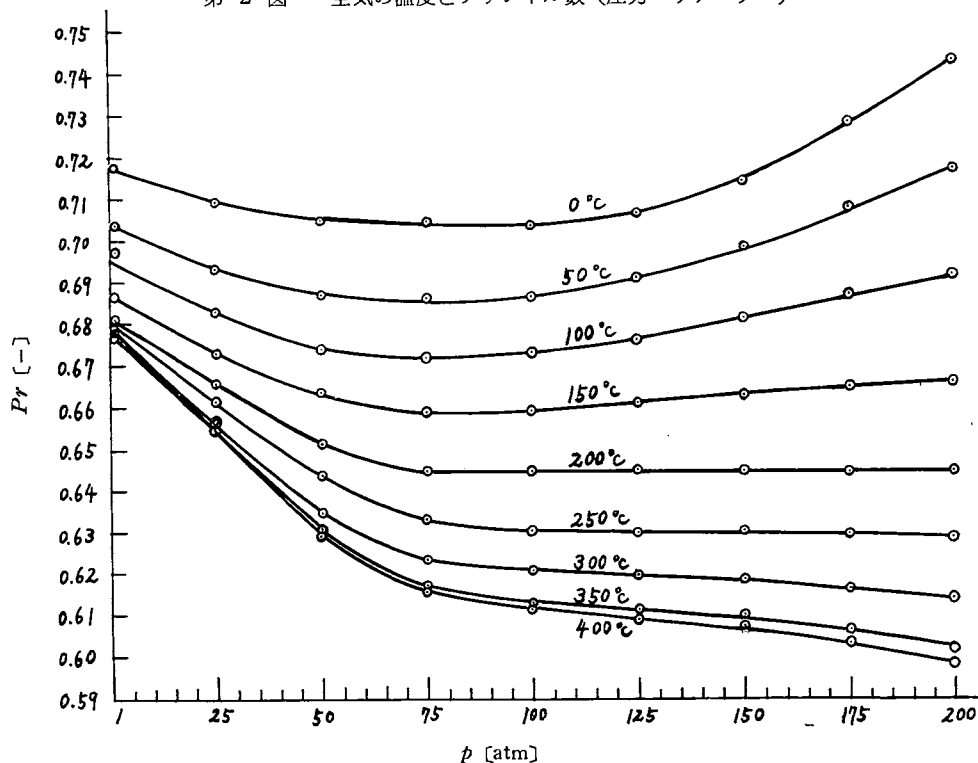
第 2 図は圧力をパラメーターとしたプラントル数と温度との関係である。同図中の *印は N. B. S.⁷⁾, ×印は Eckert⁸⁾ による値である。1 atm におけるプラントル数と温度との関係は *印とよく一致している。同一圧力での温度によるプラントル数の変化は高圧になるほど大きくなり, 200°C 附近で低圧と高圧の値が逆転する傾向を示す。

第 3 図は温度をパラメーターとしてプラントル数と圧力との関係を示すものである。高温になるほどプラントル数の値は小さくなり, 圧力による変化は大きくなる。同図によると, 計算値と曲線上の同一条件点とのずれは 0.5 %以内である。



* N. B. S. 7) による値 × Eckert⁸⁾ による値 ○ 著者らの計算値

第 2 図 空気の温度とプラントル数 (圧力パラメーター)



第 3 図 空気の圧力とプラントル数 (温度パラメーター)

第 4 表 空 気 の プ ラ ン ト ル 数 Pr [-]

atm °C	1	25	50	75	100	125	150	175	200
0	0.7175	0.7091	0.7049	{0.7040} {0.7048}	0.7035	{0.7071} {0.7063}	{0.7152} {0.7143}	0.7282	0.7426
50	0.7041	0.6934	0.6865	{0.6856} {0.6864}	0.6863	0.6905	0.6982	{0.7065} {0.7079}	0.7165
100	{0.6945} {0.6975}	0.6828	0.6737	0.6719	0.6732	0.6759	0.6813	0.6865	0.6917
150	0.6866	0.6726	0.6638	0.6591	0.6596	0.6612	0.6630	0.6650	0.6663
200	0.6812	0.6657	0.6513	0.6449	0.6453	0.6455	0.6453	0.6446	0.6448
250	0.6798	0.6618	0.6437	0.6332	0.6304	0.6303	{0.6300} {0.6313}	0.6300	{0.6293} {0.6285}
300	0.6782	{0.6560} {0.6574}	0.6348	0.6230	0.6207	0.6198	{0.6185} {0.6191}	0.6166	0.6139
350	0.6774	{0.6550} {0.6572}	0.6313	0.6169	0.6127	0.6110	{0.6095} {0.6107}	0.6064	{0.6025} {0.6018}
400	0.6785	{0.6540} {0.6569}	{0.6304} {0.6298}	0.6159	0.6118	0.6089	0.6075	0.6036	0.5987

註 同一欄内の上の数値は、第 2，第 3 図曲線上のものでその下に書いた計算値と離れたもののみを示す。

つぎに圧力および温度によるプラントル数の変化を%で示すと第 5 表のようになる。すなわち 1 atm，0 °C を基準にしてみると，温度をパラメーターにとった圧力変化上では 3.7～11.9 %で少なく，圧力をパラメーターにとった温度変化上では 5.7～19.4 %でかなり大きい。圧力 1 ～ 200 atm，温度 0 ～ 400 °C の全範囲では最大 19.4 %になる。

第 5 表 圧力と温度とによるプラントル数の変化率 [%]

温度パラメーター，圧力による変化 (基準 1 atm)					圧力パラメーター，温度による変化 (基準 0 °C)				
温度 °C	最大 値	最 小 値	差	%	圧力 atm	最大 値	最 小 値	差	%
0	0.743	0.704	0.039	5.4	1	0.718	0.677	0.041	5.7
50	0.717	0.686	0.031	4.4	25	0.709	0.657	0.052	7.3
100	0.698	0.672	0.026	3.7	50	0.705	0.630	0.075	10.6
150	0.687	0.659	0.028	4.1	75	0.703	0.616	0.087	12.4
200	0.681	0.645	0.036	5.3	100	0.704	0.612	0.092	13.1
250	0.680	0.629	0.051	7.5	125	0.706	0.609	0.097	13.7
300	0.678	0.614	0.064	9.4	150	0.714	0.608	0.106	14.8
350	0.677	0.602	0.075	11.1	175	0.728	0.604	0.124	15.4
400	0.679	0.598	0.081	11.9	200	0.743	0.599	0.144	19.4

備考 (1) 0 °C および 50 °C のプラントル数は 200 atm で，最大であるが，その他の温度ではすべて 1 atm で最大である。

(2) 圧力パラメーターのプラントル数はすべて 0 °C において最大値となる。

4. あ と が き

気体のプラントル数は圧力と温度によってあまり変化しないと考えられているが、圧力 1~200 atm 温度 0~400°C の範囲で計算した空気のプラントル数は、圧力による変化は割合少なく、むしろ温度による変化はかなり大きい。そしてこの圧力および温度全範囲にわたると最大 19.4% の変化がある。

なお、この報告は化学工学北陸大会（昭和 38 年 10 月）で発表したものであり、前報と同様に高圧高温充填層の有効熱伝導度の研究^{9,10)}を進めるために用いる目的で計算したものである。

文 献

- 1) 割沢 善次郎, 安達 正雄: 金沢大学工学部紀要 3, 1, 46 (1963)
- 2) 谷下 市松: 日本機械学会論文集 17, 62, 64 (昭26)
- 3) 岩崎 広次: 東北大学非水溶液化学研究所報告 1, 27 (1951)
- 4) Lenoir, J.M., Junk, W. A., Comings, E. W.: Chem. Eng. Progr., 49, 539 (1953)
- 5) 栗野, 葛岡: 伝熱工学 (丸善, 昭29)
- 6) Eucken, A.: Forschung, 11, 6 (1940)
- 7) N. B. S. (U. S. A.): Thermal properties of Gases, Circ. 564 (1955)
- 8) Eckert: "Introduction to the Transfer of Heat and Mass" 274 (1950)
- 9) 割沢 善次郎: 化学関係学会連合, 昭和35年度秋季研究発表大会前刷 (昭和35年10月)
- 10) 割沢 善次郎, 安達 正雄: 化学3学会連合, 北海道地方大会講演前刷 (昭和37年7月)